Weird Science Club

Die Dunkle Seite des Lichts

Über einen weiteren heuristischen Gesichtspunkt Schwarzkörperstrahlung betreffend

Elias Most

elias.most@weirdscience-club.de

Weird Science Club
Lichtenbergschule, MINT-EC
Ludwigshöhstraße 105

64285 Darmstadt

Entropie ist nicht nur ein Maß für die Unordnung eines Systems, sondern auch für Information. Ausgehend von der Planckschen Entropieformel für Schwarzkörperstrahlung soll gezeigt werden, dass die Entropie von Photonen quantisiert ist. Dieser neue Eigenschaft, Energie-, Entropie- und Informationsquantisierung, wird dann auf verschiedene Phänomene wie den Entropiefluss eines schwarzen Körpers oder die Hawkingstrahlung angewendet und es wird gezeigt, dass dieser die Entropien perfekt reproduziert. Es werden auch Paradoxa mit diesem neuen Ansatz einer intrinsischen Entropie diskutiert, und darauf aufbauend Lösungsansätze gegeben.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

> "My greatest concern was what to call it. I thought of calling it 'information', but the word was overly used, so I decided to call it 'uncertainty'. When I discussed it with John von Neumann, he had a better idea. Von Neumann told me, 'You should call it entropy, for two reasons. In the first place your uncertainty function has been used in statistical mechanics under that name, so it already has a name. In the second place, and more important, nobody knows what entropy really is, so in a debate you will always have the advantage. "

Unterhaltung[1] zwischen Claude Shannon und John von Neumann

Das Problem

In dieser Arbeit wird eine neue physikalische Theorie entwickelt, die unter anderem davon ausgeht, dass ein einzelnes Photon eine intrinsische, quantisierte Entropie trägt. Das ist in zweierlei Hinsicht ein scheinbarer Bruch mit gängigen Vorstellungen:

1. Entropie wird gemeinhin als eine energieabhängige Größe angenommen.
2. Ein Photon wird nach gängiger Auffassung nicht als thermodynamisches System aufgefasst

1.1 Was ist Entropie?

In einem thermodynamischen System ist Entropie eine der Größen, die die "Freie Energie" des Systems im Gleichgewichtszustand definiert oder auch diejenige Energie, die nicht zur Verrichtung von Arbeit zur Verfügung steht. In diesem Zusammenhang wird Entropie auch gerne als Unordnung eines thermodynamischen Systems gesehen.
In der Statistischen Thermodynamik ist Entropie nach Boltzmann proportional zum Logarithmus der Anzahl der Mikrozustände die zu einer makroskopischen Beschreibung des Systems führen:

$$S = k\, log W$$

wobei k die Boltzmann-Konstante und W die Anzahl der Mikrozustände ist.

In der Quantenmechanik wurde die Entropie von John von Neumann mathematisch für quantenmechanische Systeme erweitert und interpretiert hier eine Eigenschaft des Dichteoperators eines statistischen quantenmechanischen Systems.

Schließlich hat Claude Shannon eine Informationstheorie entwickelt, die der klassischen Entropie sehr ähnelt.

2 Kann Entropie quantisiert sein?

Wie man an der Boltzmann'schen Formel erkennt, ist die Entropie eines Systems proportional zum Logarithmus der Anzahl der unterscheidbaren Unterteilungen seiner Energie. Viele werden hier wiedersprechen und darauf hinweisen, dass wenn ein System in einem Makrozustand ist, welcher aus n Mikrozuständen besteht und wenn die Wahrscheinlichkeit, dass es im i-ten Mikrozustand ist, $p_i$ist, seine Entropie durch die folgende Beziehung beschrieben wird:

$$S = -\sum_{i=1}^{n} p_i log\left(p_i\right)$$

Dann werden sie darauf hinweisen, dass die Wahrscheinlichkeit p_i keine Ganze Zahl sein muss.

Tatsächlich kann diese Summe nur dann kontinuierlich sein, wenn man annimmt, dass die p_i kontinuierlich sind. Das ist aber eine unzulässige Annahme, wenn das System aus einer endlichen, diskreten Anzahl von Mikrozuständen besteht.

Man kann es auch anders formulieren: Die Größe eines infinitesimalen Phasenraumvolumens (einer Zelle) wird von der Quantenmechanik auf einen nicht weiter verkleinerbaren Abstand zwischen erlaubten Energieniveaus begrenzt. Wenn man also akzeptiert, dass die Energiezustände eines Systems quantisiert sind, macht es Sinn anzunehmen, dass sich die Entropie diskret verändert:

$$dS = \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$$

Allerdings liefert diese klassische Beschreibung der Entropie kontinuierliche Werte, da die Temperatur eine kontinuierliche Größe ist. "Temperatur" ist aber eine makroskopische Größe, die nicht geeignet ist, den Zustand eines einzelnen quantenmechanischen Teilchens zu beschreiben. Es scheint daher nicht unsinnig anzunehmen, dass die Entropie in der Größenordnung der Planckskala quantisiert sein könnte.

Die Entropie eines Schwarzen Loches wird allgemein als quantisiert angenommen(z.B. [2])

Wenn man annimmt, dass Entropie quantisiert ist (was physikalisch sinnvoll erscheint), muss es folglich eine Art Entropiequanten geben. Das steht leider im Widerspruch zu der allgemeinen Lehrmeinung der Thermodynamik, dass Entropie eine statistische Eigenschaft eines Ensembles von Teilchen (oder anderen Dingen) ist und nicht die Eigenschaft eines Teilchens.

2.1 Das Photon als thermodynamisches System

In der Thermodynamik bezeichnet man als thermodynamisches System denjenigen Teil des Universums, den man gerade betrachtet. Demnach kann ein thermodynamisches System einfach alles sein: ein Kolben, ein Lebewesen, ein Sonnensystem, ein Photon,...

Es macht allerdings nur dann Sinn, das Photon als thermodynamisches System aufzufassen, wenn man Mikrozustände definieren kann, die einen Makrozustand beschreiben. Das ist einfach. Das Photon ist als quantenmechanisches System ein Zweizustandssystem mit Spin 1. Es lassen sich zwei Basiszustände beschreiben, die z.B. eine rechtszirkulare Polarisation $|R\rangle$ und eine linkszirkulare Polarisation $|L\rangle$ definieren.

POSTULAT

`Es wird angenommen, dass ein individuelles Photon als thermodynamisches System interpretiert werden kann.`

Als Albert Einstein 1905[3] den Fotoelektrischen Effekt mit Hilfe des von Max Planck 1901 gefunden Strahlungsgesetzes untersuchte, nutze er einen Weg von der Entropie ausgehend um zu zeigen, dass Licht aus gequantelter Energie besteht. Allerdings vernachlässigte er aus irgendwelchen Gründen, ebenfalls zu untersuchen, ob die Entropie auch quantisiert ist.

Max Planck beschreibt die Entropie einer, von einem schwarzen Körper - einem Objekt, dass über alle Wellenlängen unabhängig von seiner Masse Strahlung absorbiert und emittiert - ausgesendeten, monochromatischen polarisierten Strahlung[5] wie folgt:

$$S = k\{(1+\frac{U}{h\nu})log(1+\frac{U}{h\nu}) - \frac{U}{h\nu}log(\frac{U}{h\nu})\} \tag{2.1}$$

Hierbei ist k die Boltzmann-Konstante, h das Planck'sche Wirkungsquantum, U die Energie der Strahlung,ν deren Wellenlänge und log der natürliche Logarithmus. Wenn wir nun annehmen, dass unsere Strahlung nur aus einem einzigen Photon besteht, ist die Energie $h\nu$, wodurch sich die Gleichung (2.1) reduziert zu:

$$\begin{aligned} S &= k\{(1+\frac{h\nu}{h\nu})log(1+\frac{h\nu}{h\nu}) - \frac{h\nu}{h\nu}log(\frac{h\nu}{h\nu})\} \\ S &= 2k\ log(2) \end{aligned} \tag{2.2}$$

Dieser Ausdruck beschreibt nun, dass die Entropie einer Strahlung in ihren Photonen quantisiert ist, ähnlich wie die Energie! Man kann auch sehen, dass die Entropie nicht von der Wellenlänge abhängt, wodurch jedes Photon die gleiche Entropie hat. Planck zufolge ist die Entropie unpolarisierter Strahlung doppelt so groß wie die polarisierter Strahlung, daraus folgt

$$S_{Photon} = 4k\ log(2) \tag{2.3}$$

Nach dem Landauer-Prinzip[6] wird beim Löschen eines Bits an Information die Energie $W = kTlog(2)$ frei. Man sieht sofort, dass die dabei freigesetzte Entropie

$$S_{1bit} = k\ log(2) \tag{2.4}$$

ist. Somit trägt ein Photon die Entropie, die beim Löschen von 4 *bit* entsteht. Ebenfalls folgt im Umkehrschluss, dass es die Energie besitzt, um genau 4 *bit* an Information zu löschen. Das Photon ist also nicht nur ein Maß für den Informationsverlust eines Objektes, in diesem Fall eines schwarzen Körpers, sondern könnte somit wie angenommen, auch bei zukünftigen Quantencomputern genutzt werden, um ein Qbit, das in etwa 4bit entspricht, zu übertragen. Diese quantisierten Eigenschaften des Photons(Energie, Entropie und Informationsgehalt) lassen sich mit dem schönen Begriff *Quantum Trinity* beschreiben.
Wenn man nun *Quantum Trinity* mit den

teils sehr komplexen Formulierungen(eine gute Zusammenfassung findet sich in [7]) vergleicht, ist es sehr erstaunlich, dass (2.3) die Entropie eines einzelnen Photons auf solch einfache Weise beschreiben kann. Da allerdings bei dieser Herleitung die bereits oben erwähnte vermeindlich unzulässige Annahme getroffen wurde, dass ein einzelnes Photon Entropie besitzen kann, und somit $h\nu$ eigentlich nicht in (2.1) für U hätte eingesetzt werden dürfen, bedarf es einer weiteren Herleitung, oder eines weiteren Indiz, dass (2.3) tatsächlich zutrifft.

2.2 Freiheitsgrade des schwarzen Loches

In der Mechanik sind Freiheitsgrade die Anzahl der Raumrichtungen, in die sich ein Teilchen bewegen kann. Dies entspricht einer Art Entropie, da es mit der Anzahl der Zustände, die dieses System dadurch einnehmen kann, zusammen hängt. Nach 't Hooft [8] ist die Anzahl der Freiheitsgrade eines schwarzen Loches gegeben durch

$$n = \frac{A}{4log(2)} \tag{2.5}$$

,wobei A die Fläche des Ereignishorizonts des schwarzen Loches ist.
Laut der Hawking-Bekenstein-Entropie ist die Fläche eines schwazen Loches in Abhängigkeit von seiner Entropie gegeben durch

$$A = \frac{4S\hbar G}{kc^3} \tag{2.6}$$

wobei S die Entropie des schwarzen Loches, $\hbar$ das reduzierte Planck'sche Wirkungsquantum, G die Gravitationskonstante, k die Boltzmann-Konstante und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Eingesetzt in (2.5) ergibt sich der Ausdruck für die Anzahl der Freiheitsgerade wie folgt

$$\begin{aligned} n &= 4\frac{S}{4klog(2)} \cdot \frac{\hbar G}{c^3} \\ n &= 4l_p^2 \frac{S}{4klog(2)} \quad mit\ l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \end{aligned} \tag{2.7}$$

, wobei l_p die Plancklänge ist. Dieser Ausdruck ist sehr interessant, denn er beschreibt, dass die Anzahl der Freiheitsgrade proportional zu $\frac{S}{4kln(2)}$ ist. *Quantum Trinity* besagt nun, dass ein unpolarisiertes Photon, wie es vom schwarzen Loch als Entropiestrahlung ausgesendet werden kann, eine Entropie von $4kln(2)$ hat. Daraus folgt, dass $n \propto N$ gilt, wobei N die Anzahl der als Entropie abgestrahlten Photonen ist. Somit ergibt sich für die Anzahl der Feiheitsgrade nun mehr folgende Formel

$$n = 4l_p^2 N \tag{2.8}$$

Dieser einfache Ansatz liefert ein weiteres Indiz dafür, dass Entropiestrahlung quantisiert ist. Gleichung(2.7) zeigt dies durch $\frac{S}{4kln(2)}$, da somit die Entropie genau so quantisiert wird, wie *Quantum Trinity* besagt.

2.3 Entropiefluss eines schwarzen Körpers

Nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz ist die Anzahl der Photonen, die ein schwarzer Körper in einer Raumrichtung pro Frequenz aussendet(das nennt man auch spektralspezifische Strahlungsdichte) gegeben durch

$$M_\nu^o(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \tag{2.9}$$

hierbei ist ν die Frequenz der Strahlung, h das Planck'sche Wirkungsquantum, k die

Boltzmann-Konstante und c die Lichtgeschwindigkeit. Um die Anzahl der Photonen zu bekommen, die pro Sekunde über die komplette Oberfläche des schwarzen Körpers abgestrahlt werden, müssen wir (2.9) durch die Energie eines Photons, welche durch $E = h\nu$ gegeben ist, teilen und über alle Frequenzen sowie über den Halbraum integrieren. Somit haben wir dann

$$\tilde{M}^o(T) = \frac{4\pi\zeta(3)k^3}{h^3c^2}T^3 \tag{2.10}$$

Um nun daraus die Entropieflussdichte J zu erhalten, ist es nötig (2.10) mit der Entropie eines Photons(2.3) zu multiplizieren. Somit folgt

$$J = \frac{16\pi\zeta(3)k^4}{h^3c^2}T^3 log(2) \tag{2.11}$$

$\zeta(3)$ ist hierbei die Riemann'sche Zetafunktion von 3 .
Diese Gleichung beschreibt den Entropiefluss eines schwarzen Körpers unter der Annahme, dass jedes Photon eine Entropie von genau (2.3) besitzt. Diese Annahme impliziert, dass alle Photonen unpolarisiert und somit auch unabhängig von einander wären. Dies ist allerdings nicht möglich, da auf Grund von statistischen Korrelationen eine gewisse Abhänigkeit der Photonen untereinander besteht, so dass diese nur noch halbe Entropie haben. Unter Zuhilfenahme intrinsischer Entropie eines Photons (2.3) ist es möglich die Arbeit zu berechnen, die aufgebracht werden müsste, um ein Photon zu randomisieren: $W = 4kTln2$. Somit kann die Anzahl der nicht korrellierten Photonen mit

$$M_r = \frac{\sigma T^4}{4kTlog2} \tag{2.12}$$

angegeben werden. σT^4 ist die Strahlungsleistung pro Fläche, die man aus dem Stefan-Boltzmann Gesetz $P = A\sigma T^4$ erhält. Die Anzahl statistisch polarisierter Photonen lässt sich abschätzen durch

$$M_p = \tilde{M}^o - \frac{\sigma T^4}{4kTlog2} \tag{2.13}$$

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass ein Photon nicht weniger Entropie als $2klog(2)$ haben kann, sollte man die Gleichung in eine physikalisch korrektere Form bringen, nämlich

$$M_p = \frac{1}{2}(2\tilde{M}^o - \frac{\sigma T^4}{2kTlog2}) \tag{2.14}$$

Dadurch ist die Wahrscheinlichkeit für statistische Polarisation gegeben durch

$$p_{polarisiert} = \frac{1}{2}(\frac{2\tilde{M}^0 - \frac{\sigma T^4}{4kTlog2}}{\tilde{M}^0}) \tag{2.15}$$

Diese Wahrscheinlichkeit kombiniert man nun mit (2.11)

$$\begin{aligned} J &= \tilde{M}^0 4klog2(1 - p_{polarized}) \\ J &= \frac{16\pi\zeta(3)k^4}{h^3c^2}T^3 log(2)(1 - \frac{1}{2}\chi) \end{aligned} \tag{2.16}$$

χ ist hierbei eine neue Konstante

$$\chi = (2 - \frac{3\zeta(4)}{2log2\zeta(3)}) \tag{2.17}$$

Kombiniert mit (2.16) erhält man

$$J = \frac{16\pi\zeta(3)k^4}{h^3c^2}T^3 log(2)(1 - \frac{1}{2}(2 - \frac{3\zeta(4)}{2log2\zeta(3)}) \tag{2.18}$$

$$J = \frac{2\pi^5k^4}{15h^3c^2}T^3 = \sigma T^3 \tag{2.19}$$

wobei $\sigma = \frac{2\pi^5k^4}{15h^3c^2}$ die Stefan-Boltzmann Konstante ist. Dies entspricht der Entopie, die man aus dem Stefan-Boltzmann geteilt durch T erhält.
Ich habe somit gezeigt, dass die Entropie eines schwarzen Körpers durch die Verwendung intrinsischer Entropie perfekt reproduziert wird!

2.4 Entropie des schwarzen Lochs

Nach dem "no-hair Theorem" ist die einfachste Form eines schwarzen Loches vom Schwarzschild-Typ nur abhängig von seiner Masse. Da sich die Masse aber erhöhen kann, z.B. wenn etwas in das schwarze Loch fällt, muss es eine Temperatur sowie Entropie haben um den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik nicht zu verletzen. Auf Grund der masseabhängigen Temperatur sollte das schwarze Loch Hawking-Strahlung von seinem Ereignishorizont aus, aussenden. Die Hawkingstrahlung muss sich nach meinem Ansatz nun aus der Summe aller emittierten Photonen zusammensetzen.

Für die Entropie eines schwarzen Lochs vom Schwarzschild-Typ ist nach Hawking[9] die Formel

$$S_{BH} = \frac{8\pi^2 kGM^2}{hc} \qquad (2.20)$$

gegeben.

Für kurze Zeitintervalle kann die Änderung der Entropie als Masseänderung folgendermaßen ausgedrückt werden

$$\Delta S_{BH} = \frac{8\pi^2 kG}{hc}\Delta M^2$$
$$= \frac{8\pi^2 kG}{hc}(2M - \Delta M)\Delta M \qquad (2.21)$$

Die Veränderung der Masse resultiert aus der abgestrahlten dynamischen Photonenmasse - ähnlich wie beim schwarzen Körper. Unter der Annahme der Planck'schen thermischen Energieverteilung können wir (2.10) als Hawking Photonenflussdichte nutzen. Die durchschnittliche Frequenz kann aus

$$f(\tilde{T}) = \frac{\sigma T^4}{\tilde{M_0} h} \qquad (2.22)$$

abgeleitet werden. Somit erhält man

$$\tilde{f}(T) = \tilde{x}\frac{kT}{h} \quad mit \quad \tilde{x} = \frac{\pi^4}{30\zeta(3)} \qquad (2.23)$$

Durch einsetzen der, durch die Durchschnittsfrequenz erhaltenen(2.23) Photonenenergie geteilt durch c^2 für ΔM in (2.21), erhält man

$$\Delta S_{BH} = \frac{k^2 T\zeta(3)\tilde{x}}{4\pi^2 h} - \frac{k^5 T^4 G\zeta(3)^2 \tilde{x}^2}{2\pi^2 h^3 c^5} \qquad (2.24)$$

Der zweite Term ist so klein ($\approx 10^{-66}T^4$), dass er für jede vorstellbare physikalische Temperatur vernachlässigt werden kann. Die Entropie ist somit durch den Massenverlust folgendermaßen beschrieben

$$\Delta S_{BH} = \frac{\pi^2 k^2 T}{120h} \qquad (2.25)$$

Die Entropie muss nun auch durch die Interpretation des Informationsverlustes pro Photon unter der Berücksichtigung statistischer Korrelationen ausgedrückt werden können. Die Temperatur des schwarzen Loches ist durch die Hawking-Temperatur gegeben

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk_B} \qquad (2.26)$$

wobei $\hbar$ das reduzierte Planck'sche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit, G die Gravitationskonstante und k_B die Boltzmann-Konstante ist. Die Fläche des Ereignishorizontes erhält man mit dem Schwarzschildradius

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \qquad (2.27)$$

, da sie als Kreis angesehen werden kann. Mit der Formel für die Hawking-Temperatur lässt sich die Fläche in

Abhängigkeit von der Temperatur beschreiben:

$$A_{BH} = \frac{\hbar^2 c^2}{8\pi k^2 T^2} \tag{2.28}$$

Somit erhält man für die Entropie

$$\Delta S_{photon} = A_{BH} \tilde{M}_0 4k log(2)(1 - \frac{1}{2}\chi) \tag{2.29}$$

Dies kann zu

$$\Delta S_{photon} = \frac{\pi^2 k^2 T}{120h} \tag{2.30}$$

vereinfacht werden. Das ist das gleiche wie (2.25)! Dies zeigt, dass sich durch diesen neuartigen Ansatz auch die Entropie schwarzer Löcher korrekt beschreiben lässt.

3 Interessante Anwendungen

Dieses neue Merkmal intrinsischer Entropie von Photonen wirft ein ganz neues Licht auf eine Vielzahl von physikalischen Prozessen, bei denen Photonen vorkommen. Drei davon sollen unter Anwendung des neuen Ansatzes im Folgenden untersucht werden.

3.1 Gibbs Paradox

Josiah Willard Gibbs stellte gegen Ende des letzten Jahrhunderts folgendes Paradoxon[10] auf. Angenommen in einer Kiste, die durch eine Trennwand in genau zwei gleich große Teile geteilt ist, befinden sich zwei Gase. Gas A ist im einen Teil, Gas B im anderen. Beide haben gleichen Druck und gleiche Temperatur. Entfernt man nun die Trennwand vermischen sich beide Gase und ihre Entropie nimmt zu. Sollten die beiden Gase aber identisch sein, so bleibt ihre Entropie gleich, aber selbst der noch so kleinste Unterschied zwischen den beiden Gasen führt sofort zu einer Entropieerhöhung. Dieser Fakt kann bislang nur geklärt werden, in dem man verschiedene Statistiken für gleiche oder verschiedene Gase annimmt oder die Quantenmechanik benutzt. Das resultiert in einer Gleichung für die Entropie eines idealen Gases, der Sackur-Tetrode-Gleichung[citation]

$$S = kNln\left[\left(\frac{V}{N}\right)\left(\frac{U}{N}\right)^{\frac{3}{2}}\right] + \frac{3}{2}kN\left(\frac{5}{3} + log\frac{4\pi m}{3h^2}\right) \tag{3.1}$$

, wobei V das Volumen des Gases, N die Anzahl der Gaspartikel, U die interne Energie des Gases, k die Boltzmann-Konstante, m die Masse eines Partikels, h das Planck'sche Wirkungsquantum und log der natürliche Logarithmus ist. Diese Gleichung ist höchst unbefriedigend, weil sie für sehr kleine Temperaturen gegen $-\infty$ läuft, was im Widerspruch zum dritten Hauptsatz der Thermodynamik steht, nachdem die Entropie bei $0K$ ebenfalls null sein muss. Dies folgt daraus, dass die interne Energie eines idealen Gases $U = \frac{3}{2}NkT$ ist.

Versuchen wir nun einmal dieses Paradoxon unter dem Gesichtspunkt der quantisierten Entropie von Photonen zu erklären. Angenommen jedes Partikel eines Gases wäre ein grauer Körper, also die Emission von Photonen hängt noch von anderen Parametern, als der Oberfläche des Partikels, z.B. von der Masse, ab. Stellen wir uns also vor, dass in obiger Box nur Gas A wäre. Jedes der Gas-Partikel emittiert und absorbiert nun genau die gleiche Menge an Photonen über dem gleichen Spektrum. Je nachdem wie viele Teilchen es pro Volumen gibt, werden nicht alle Photonen wieder absorbiert, sondern *schwirren* in einer Art Photonengaswolke umher. Die Entropie des Gases ist folglich die Entropie der nicht wieder absorbierten Photonen. Seien nun in der Box zwei Gase A und B, getrennt durch eine Trennwand, mit gleichem Druck und gleicher Temperatur, so emittiert und absorbiert jedes der beiden Gase Photonen in einem anderen Spektrum.

Beim Entfernen der Trennwand vermischen sich die beiden Gase so, dass weniger Photonen absorbiert werden, weil die Dichte jedes einzelnen Gases sinkt. Dadurch sind mehr Photonen frei und die Entropie ist größer. Sind die beiden Gase identisch, so absorbieren sie auch das gleiche Spektrum und die Dichte bleibt gleich. Es gibt also keine Veränderung der Entropie. Diese Anschauung der Entropie ist auch im Einklang mit dem dritten Hauptsatz der Thermodynamik, denn ist die Temperatur $0K$, so werden auch keine Photonen ausgesendet und die Entropie ist null!

3.2 Van-der-Waals-Gas

Ein Van-der-Waals-Gas ist ein Gas bei dem zwischen jeweils zwei Gasteilchen eine Anziehungskraft wie z.B. die Van-der-Waals-Kraft verhanden ist.

Mit obigem Erklärungsversuch mit Hilfe quantisierter Entropie kann man tatsächlich versuchen, eine Entropieformel für ein Gas zu finden. Nehmen wir an, dass ein emittiertes Photon einem kleinen Volumen um jedes der N Partikel eine Information von 4 bit gibt. Da das Gas Boltzmann-verteilt ist, erhalten wir eine Wahrscheinlichkeit für den Zustand eines Partikels.

$$p_i = \frac{N\left(\frac{\Lambda}{4}\right)^3}{V} e^{-\frac{E}{kT}} \tag{3.2}$$

, wobei $\left(\frac{\Lambda}{4}\right)^3$ das Volumen des umgebenden Photonengases ist, dass 1 *bit* Information enthält, $\Lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi mkT}}$ ist die thermische de-Broglie-Wellenlänge und V das Volumen des Gases. Nach Claude Shannon[11] ist der Informationsgehalts eines Systems ω mit der Wahrscheinlichkeit seines Zustandes $p(\omega)$ gegeben durch

$$I(\omega) = log_2\left(\frac{1}{p(\omega)}\right) \tag{3.3}$$

Hierbei ist log_2 der duale Logarithmus. Darauf aufbauend ist es möglich, den Informationsgehalt des Gases abzuschätzen.

$$I = N\, log_2 \left(\frac{V}{N\left(\frac{\Lambda}{4}\right)^3} \frac{1}{e^{-\frac{E}{kT}}} \right) \tag{3.4}$$

Wenn man jetzt das Landauer Prinzip nimmt, entspricht 1 bit, einer Entropie von (2.4). Damit besitzt das Gas eine Entropie von

$$S = kN\, log2\, log_2 \left(\frac{V}{N\left(\frac{\Lambda}{4}\right)^3} e^{\frac{E}{kT}} \right) \tag{3.5}$$

Wenn wir nun statt dem ganzen Volumen nur das Volumen abzüglich dem Volumen der Gaspartikel nehmen, also $V-Nb$, wobei b das Eigenvolumen eines Gaspartikels ist, und wenn wir weiterhin statt der thermischen Wellenlänge, $\sqrt{\frac{h^2}{2\pi mkT}}$ schreiben und für die Energie, die Energie eines in Gaspartikels mit drei Freiheitsgraden im Hitzebad nehmen $E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{3}{2}kT + kT = \frac{5}{2}kT$, erhalten wir für die Entropie die Formel

$$S = kN \left[log\left(\frac{(V-Nb)T^{\frac{3}{2}}}{N\Phi} \right) + \frac{5}{2} \right] \tag{3.6}$$

Interessanter Weise ist dies die Entropieformel für ein Van-der-Waals-Gas.

3.3 Informationen des Schwarzen Lochs

Es ist eine gängige Annahme in der Wissenschaft, dass Informationen nicht zerstört werden können, sondern trotz irgendwelcher physikalischen, chemischen, oder wie auch immer gearteten Prozesse in einer anderen Form erhalten bleiben. Fällt bspw. ein unbemanntes Raumschiff in die Sonne, wird es zwar verglühen aber die Information bleibt erhalten, z.B. durch die ausgesandte Strahlung, die dabei entsteht. Wenn dieses Raumschiff aber nun in ein schwarzes Loch fällt ist diese Information verloren[12], oder, wenn man Steven Hawkings Idee[13] aufgreift, in einem anderen Universum und für uns unzugänglich, was praktisch das gleiche ist. Die Hawking-Strahlung entsteht dadurch, dass ein virtuelles Teilchen/Anti-Teilchen Paar ensteht, und eines der beiden Teilchen in das schwarze Loch fällt. Dadurch können sie sich nicht mehr annihilieren und das eine Teilchen wird real. Weil Energie nicht aus dem Nichts kommen kann, setzt man die Energie, des ins schwarze Loch gefallen Teilchen negativ, was in einem Masseverlust des schwarzen Loches resultiert. Somit kann das entstandene Teilchen als Strahlung des schwarzen Loches aufgefasst werden. Man kann alternativ aber annehmen, dass das Teilchen positive Energie hat, aber in der Zeit rückwärts läuft. Wenn man nun das ganze in der Zeit vorwärts betrachtet, wird es vom schwarzen Loch abgestrahlt. Dieses Photon trägt nun Entropie. Wenn man die Entropien der einzelnen Photonen aufaddiert erhält man die nach obigem Ansatz die Entropie des schwarzen Loches.

3.4 Massenabschätzung des Universums

Der Casimir-Effekt ist eine quantitativ messbare Eigenschaft der virtuellen Photonen der Vakuumenergiefluktuationen[14, 15, 16]. Hendrik B. G. Casimir beschreibt in guter Übereinstimmung mit Experimenten die Kraft zwischen zwei leitenden parallelen Platten im Vakuum:

$$F_C = -A\,\frac{\hbar c \pi^2 \zeta(-3)}{2a^4} \tag{3.7}$$

Dies impliziert eine von Null verschiedene Energiedichte des Vakuums. Man kann somit den Energieerwartungswert pro Einheitsvolumen abschätzen:

$$\frac{<E>}{V} = \frac{\hbar c \pi^2 \zeta(-3)}{6a^4} \quad mit \quad a \cdot A = V \tag{3.8}$$

Da das Vakuumfeld seinen Ursprung in Quantenoszillationen hat liegt es nahe, die Planck-Skala zugrunde zu legen. Es wird hiermit angenommen, dass die Lebensdauer der virtuellen Photonen Planck-Zeit beträgt und das die mittlere Wellenlänge der Planck-Länge entspricht: $\lambda_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$. Somit folgt für die Energie der virtuellen Photonen

$$E_{ph} = \sqrt{\frac{2\pi h c^5}{G}} \tag{3.9}$$

Dies erlaubt eine Abschätzung der Photonendichte

$$N = \frac{<E>}{V E_{ph}} \tag{3.10}$$

$$N = \sqrt{\frac{\pi h G}{8 \cdot 720^2 c^3}} \tag{3.11}$$

Unter Verwendung von *Quantum Trinity* für polarisierte Photonen ergibt sich für die intrinsische Entropie pro Kubikmeter

$$S_{ph} = \sqrt{\frac{\pi h G k^2 log^2(2)}{2 \cdot 720^2 c^3}} \tag{3.12}$$

Unter der weiteren Annahme, dass die Entropiedichte des Vakuums maximal ist, kann man die Hawking-Bekenstein-Abschätzung verwenden. Vakuum *Quantum Trinity* erzeugt eine gravitative Komponente des Vakuumfeldes

$$\rho = \sqrt{\frac{S_{ph} hc}{2kG}} \tag{3.13}$$

$$\rho = \sqrt[4]{\frac{\pi h^3 log^2(2)}{8 \cdot 720^2 Gc}} = 8,53 \cdot 10^{-27} \frac{kg}{m^3} \tag{3.14}$$

Diese Massendichte entspricht $5,1$ Protonen pro Kubikmeter. Die dunkle Massendichte wird zur Zeit mit $5,37$ Protonen pro Kubikmeter angenommen[17].

Die intrinsische Eigenschaft des Vakuums, hier *Dark Trinity* genannt, liefert recht genau den fehlenden Wert der kritischen Masse, die sich aus der Hubble-Konstante ergibt. *Dark Trinity* könnte somit eine Erklärung zu den beobachteten Phänomenen, wie der Casimirkraft, der dunklen Energie, der dunklen Materie und der kosmologischen Konstante zu sein.

4 Diskussion und Ausblick

> "Die naturwissenschaftliche Frage ist die logische Hypothese, welche von einem bekannten Gesetz durch Analogie und Induction weiterschreitet; die Antwort darauf giebt das Experiment, welches in der Frage selbst vorgeschrieben liegt."

Rudolf Virchow(1849)

Das erste, das wohl jeder Naturwissenschaftler lernt, ist, dass die Theorie nur so gut ist wie das Experiment, das sie bestätigt. Ein solches Experiment könnte wie folgt aussehen: Man stelle sich eine Lichtquelle vor, am geeignetsten wäre hierfür eine LED die einen Polarisationsfilter anstrahlt, da deren Licht relativ monochromatisch ist. Vor dem Filter hat *Quantum Trinity* zufolge jedes Photon einen Informationsgehalt von $4bit$, nach dem Filter nur noch $2bit$. Wo sind die fehlenden $2bit$ also hin?

Eine Antwort hierauf gibt das Landauer Prinzip[6]. Beim Löschen von $1bit$ wird demnach $E = kTlog(2)$ in Form von Wärme abgestrahlt. Bei $2bit$ entspräche dies einem Photon der Wellenlänge $35\mu m$. Dieses Photon liegt im Terrahertz-Bereich und ist somit nicht so einfach nachzuweisen. Ich stehe hierfür aber bereits mit Prof. Elsässer von der TU Darmstadt in Kontakt, dessen Arbeitsgruppe über eine Fourier-Transform-IR-Spektroskopie verfügt, mit der Photonen dieser Wellenlänge detektiert werden können. Eine Durchführung des Experiments soll nach Möglichkeit noch vor dem Landeswettbewerb erfolgen.

In der Zwischenzeit soll ebenfalls versucht werden, mit diesem Ansatz weitere Entropien korrekt zu beschreiben. Interessant hierbei wäre z.B. eine Neu-Formulierung der Sackur-Tetrode-Gleichung, die für $T \rightarrow 0$ null wird. Das Hauptproblem hierbei ist die korrekte Abschätzung der Oberfläche eines Gaspartikels, die unter Umständen mit der thermischen de-Broglie-Wellenlänge erfolgen kann. Auch die Zeit zu bestimmen, über die das Partikel Photonen aussendet, ist ein zu lösendes Problem. Ebenfalls soll versucht werden Satelliten-Daten mit *Quantum Trinity* auszuwerten. Dazu stehe ich bereits mit EUMETSAT in Kontakt.

4.1 Danksagung

Danken möchte ich meinem Physik-Lehrer Dr. Milan Dlabal für seine Hilfe und seine sehr kreativen Ideen, die mir sehr bei diesem Projekt geholfen haben.

Literaturverzeichnis

[1] Scientific American, volume 225, p.180 1971

[2] A.Corichi et al., arXiv:gr-qc/0609122v2

[3] A. Einstein,Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Annalen der Physik 17/1905, pp. 132-148

[4] M. Planck, Entropie und Temperatur strahlender Wärme, Annalen der Physik, IV. Folge 1, pp 719-737, 1900

[5] M.Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge (Nachtrag), Aus den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 9. Mai 1901, pp 818-831

[6] Rolf Landauer, Irreversibility and heat generation in the computing process, IBM Journal of Research and Development, vol. 5, pp. 183-191, 1961.

[7] Wei Wu and Yangang Liu, RADIATION ENTROPY FLUX AND ENTROPY PRODUCTION OF THE EARTH SYSTEM, Submitted for publication in Rev. Geophys., August 2008

[8] G. 't Hooft, arXiv:gr-qc/9310026

[9] S.W. Hawking, Particle Creation by Black Holes, Commun. Math. Phys. 43, 199, 1975

[10] Gibbs, J. Willard, (1876). Transactions of the Connecticut Academy, III, pp. 108-248, Oct. 187-May, 1876, and pp. 343-524, May, 1877-July, 1878.

[11] C. Shannon: A Mathematical Theory of Communication, Bell System Technical Journal, Vol. 27, pp. 379–423, 623–656, 1948.

[12] S.W.Hawking, Breakdown of Predictability in Gravitational Collapse, Phys. Rev. D14, 2460, 1976

[13] S.W.Hawking, Information Loss in Black Holes, http://arxiv.org/abs/hep-th/0507171v2, 2005

[14] S. K. Lamoreaux, Demonstration of the Casimir Force in the 0.6 to 6m Range, Phys. Rev. Lett. 78, 58 1997

[15] U. Mohideen and Anushree Roy, Precision Measurement of the Casimir Force from 0.1 to 0.9m, Phys. Rev. Lett. 81, 004549 1998

[16] G. Bressi, G. Carugno, R. Onofrio, G. Ruoso, Measurement of the Casimir force between Parallel Metallic Surfaces, Phys. Rev. Lett. 88 041804 2002

[17] E. Komatsu et al, "Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation", arXiv:0803.0547v2 astro-ph2008